

برهم‌کنش یک اتم سه‌ترازی Ξ -گونه با یک حالت همدوس زوج استاندارد در حضور یک محیط شبه کر و جفت‌شدگی وابسته به شدت

اکبر جعفری، سید مجید حیدری سنوکش، امید عباسی

گروه فیزیک، دانشکده علوم دانشگاه ارومیه، ارومیه

چکیده - با توجه به اهمیت اثرات تداخل کوانتومی در برهم‌کنش ساختارهای اتمی مختلف با برهم‌نهی حالت‌های همدوس استاندارد (به طور مثال حالت‌های همدوس زوج استاندارد) در این مقاله برهم‌کنش یک حالت همدوس زوج استاندارد با یک اتم سه‌ترازی Ξ -گونه مطالعه شده و ویژگی‌های غیرکلاسیکی شامل آمار زیرپوواسونی و چلانگی‌های مرتبه اول و مربع دامنه مورد بررسی قرار گرفته است. بروز آمار فوتونی زیرپوواسونی، در تمام مدت برهم‌کنش، علاوه بر وجود چلانگی نرمال و چلانگی مربع دامنه میدان، در مقاطعی از زمان برهم‌کنش، ویژگی غیرکلاسیکی مهم چنین سیستم برهم‌کنشی است.

کلید واژه: حالت‌های همدوس زوج، اتم‌های سه-ترازی، ویژگی‌های غیرکلاسیکی

The interaction of a Ξ -configuration three-level atom with a standard even coherent state in the presence of a Kerr-like medium and intensity dependent coupling

Akbar Jafari, Seyyed Majid Heydari, Omid Abbasi ,

Department of Physics, Urmia University, Urmia

With regard to the importance of the quantum interference effect on the interaction of various atomic configurations with the superposition of standard coherent states (for example standard even coherent states), in this article the interaction of a standard even coherent state with a Ξ -configuration three-level atom is studied and the non-classical properties including sub-Poissonian photon statistics and the first order and amplitude-squared squeezing has been investigated. In addition to existence of the first-order squeezing as well as amplitude-squared squeezing, in some intervals of the interaction time, the detection of sub-Poissonian photon statistics at all interaction time, is an important non-classical property of such an interaction system.

Keywords: Even coherent states, Three-level atoms, nonclassical properties

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^3 \omega_j \hat{\sigma}_{jj} + \Omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \chi \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \quad (3)$$

گسترده‌ترین مدل مطالعه شده در زمینه برهم‌کنش سیستم‌های مختلف اتمی با میدان کاواک، مدل جینز-کامینگز است. سادگی نسبی این مدل موجب می‌شود با استفاده از عبارات تحلیلی یا محاسبات عددی بتوان آن را گسترش داد. یکی از انواع تعمیم‌های ارائه شده به مدل جینز-کامینگز استاندارد، تعمیم این مدل به اتم‌های سه ترازوی است که بصورت گسترده مورد توجه قرار گرفته است [2,1]. از طرف دیگر با توجه به حساسیت ویژگی-های سیستم به آمار فوتونی میدان اولیه، برهم‌کنش ساختارهای اتمی با حالت‌های متفاوت میدان، همواره مورد توجه بوده است. به عنوان مثال برهم‌کنش حالت-های همدوس استاندارد زوج که به صورت یک برهم‌نهی متقارن از حالت‌های همدوس استاندارد تعریف می‌شوند، با یک اتم دو ترازوی مورد بررسی قرار گرفته است [3]. شکل کلی یک حالت همدوس استاندارد زوج بصورت زیر است:

عملگر بالا برنده و پایین‌برنده ترازهای اتمی i و j $\hat{\sigma}_{ij}$ است که به صورت $|\hat{\sigma}_{ij}\rangle = |i\rangle\langle j|$ تعریف می‌شود. \hat{a}^\dagger و \hat{a} عملگرهای خلق و نابودی فوتونی با رابطه جابجایی $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ هستند و χ بر بخش پراکندگی پذیرفتاری مرتبه سوم محیط غیرخطی شبه کر دلالت دارد. λ_1 و λ_2 ثابت‌های جفت‌شدگی بین اتم و میدان هستند. جمله اول هامیلتونی مربوط به اتم، جمله دوم هامیلتونی میدان و جمله سوم عبارت غیر خطی مربوط به محیط غیرخطی شبه کر است. همچنین دو جمله آخر توصیف‌کننده برهم‌کنش اتم-میدان هستند. عملگرهای $\hat{R} = \hat{a}f(\hat{n})$ و $\hat{R}^\dagger = f(\hat{n})\hat{a}^\dagger$ بر حسب عملگر تعداد فوتونی \hat{n} تعریف می‌شوند که تابع $f(\hat{n})$ منجر به جفت‌شدگی وابسته به شدت اتم-میدان شده و در این مقاله به صورت

$$|\psi_{even}\rangle = N(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \quad (1)$$

که در آن $|\alpha\rangle$ حالت همدوس میدان تابشی، α عددی مختلط و ضریب بهنجار N از شرط بهنجارش به دست می‌آید. تابع توزیع فوتونی چنین حالتی بشدت نوسانی است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_n = \frac{|N|^2 e^{-|\alpha|^2} |\alpha|^{2n}}{n!} (1 + (-1)^n)^2 \quad (2)$$

در این مقاله هدف ما بررسی برهم‌کنش یک اتم سه ترازوی Ξ -گونه با میدان درون کاواک با فرض اینکه میدان در یک حالت همدوس زوج با تابع توزیع فوتونی داده شده در رابطه (2)، است. ضمن مطالعه چنین سیستمی به بررسی ویژگی‌های غیرکلاسیکی از جمله پارامتر مندل Q ، چلانگی مرتبه اول و مربع دامنه میدان می‌پردازیم. در این مدل میدان الکترومغناطیسی کاواک را تک مد و با فرکانس Ω و در حضور یک محیط غیرخطی شبه کر در نظر می‌گیریم. ترازهای اتمی را با $|j\rangle$ ($j=1,2,3$) نشان می‌دهیم که انرژی هر ترازوی ω_j و گذارها به صورت $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$ و $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ خواهد بود.

توصیف مدل برهم‌کنشی

هامیلتونی برهم‌کنش اتم-میدان در سیستم مورد نظر بصورت زیر است ($\hbar = c = 1$):

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \{A(n,t) e^{-i\gamma_1 t} |1,n\rangle + B(n+1,t) e^{-i\gamma_2 t} |2,n+1\rangle + C(n+2,t) e^{-i\gamma_3 t} |3,n+2\rangle\} \quad (4)$$

که q_n دامنه کت عددی $|n\rangle$ است و:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \omega_1 + n\Omega \\ \gamma_2 &= \omega_2 + (n+1)\Omega \end{aligned} \quad (5)$$

$$\gamma_3 = \omega_3 + (n+2)\Omega$$

با حل معادله شرودینگر $i(\partial/\partial t)|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$ دامنه‌های احتمال به صورت زیر بدست می‌آیند [4]:

$$A(n,t) = \frac{1}{f_1} e^{-i(\Delta_2 + \Delta_1)t} \times \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j [(\mu_j + V_3) \times (\mu_j + V_2 - \Delta_2) - f_1^2] e^{i\mu_j t} \quad (6)$$

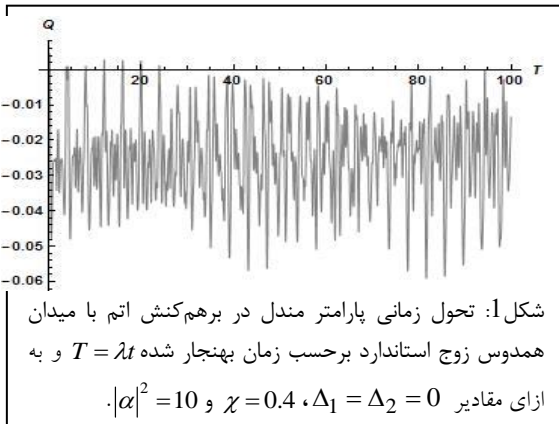
$$B(n+1,t) = -e^{-i\Delta_2 t} \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j (\mu_j + V_3) e^{i\mu_j t} \quad (7)$$

$$C(n+2,t) = f_2 \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j e^{i\mu_j t} \quad (8)$$

$$\langle \hat{n} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left(n + |B(n+1, t)|^2 + 2|C(n+2, t)|^2 \right) \quad (16)$$

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n \left(n^2 + |B(n+1, t)|^2 (2n+1) + |C(n+2, t)|^2 (4n+4) \right)$$

که P_n تابع توزیع فوتونی در رابطه (2) است. در شکل (1) پارامتر مندل برای میدان تحت برهم کنش بر حسب زمان بهنجار شده $T = \lambda t$ رسم شده است. همچنین مقدار اولیه شدت $|\alpha|^2 = 10$ و مقدار $\chi = 0.4$ در نظر گرفته شده است. با توجه به نمودار مشخص است که برای شدت میدان اولیه مورد بررسی، مقدار پارامتر مندل در تمام مدت برهم کنش همواره منفی است. بنابراین توزیع فوتونی میدان در این سیستم از آمار فوتونی زیرپوواسونی (به عنوان یک ویژگی غیر کلاسیکی) تبعیت می کند.



شکل 1: تحول زمانی پارامتر مندل در برهم کنش اتم با میدان همدوس زوج استاندارد بر حسب زمان بهنجار شده $T = \lambda t$ و به ازای مقادیر $|\alpha|^2 = 10$ و $\chi = 0.4$ ، $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$.

چلانگی نرمال

برای بررسی ویژگی چلانگی نرمال، دو کوادراتور میدان به صورت $\hat{X}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$ و $\hat{Y}_1 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$ تعریف می شوند. با توجه به روابط جابجایی و عدم قطعیت، شرط بروز ویژگی چلانگی نرمال، تحقق نامساوی $\langle (\Delta \hat{X}_1)^2 \rangle < \frac{1}{4}$ یا $\langle (\Delta \hat{Y}_1)^2 \rangle < \frac{1}{4}$ خواهد بود که $\Delta \hat{X}_1$ و $\Delta \hat{Y}_1$ به ترتیب عدم قطعیت در کوادراتورهای \hat{X}_1 و \hat{Y}_1 هستند. این نامساوی ها به ترتیب به نامعادله های زیر منجر می شوند:

$$S_x^1 = 2\langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{a}^2 \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle - (\langle \hat{a} \rangle + \langle \hat{a}^\dagger \rangle)^2 \quad (17)$$

$$S_y^1 = 2\langle \hat{n} \rangle - \langle \hat{a}^2 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle + (\langle \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \rangle)^2$$

در رابطه فوق عبارت مربوط به چشمداشتی توان های مختلف عملگر \hat{a} به صورت زیر بدست می آید:

پارامترهای موجود در معادلات (6 الی 8) به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{cases} V_1 = \chi n(n-1) \\ V_2 = \chi n(n+1) \\ V_3 = \chi(n+1)(n+2) \end{cases} \quad \& \quad \begin{cases} f_1 = \lambda_1 \sqrt{n+1} f(n+1) \\ f_2 = \lambda_2 \sqrt{n+2} f(n+2) \end{cases} \quad (9)$$

$$x_1 = V_1 + V_2 + V_3 - 2\Delta_2 - \Delta_1 \quad (10)$$

$$x_2 = (\Delta_1 + \Delta_2 - V_1 - V_2)(\Delta_2 - V_3) - V_3 \Delta_2 - (\Delta_1 - V_1) V_2 - f_1^2 - f_2^2$$

$$x_3 = [\Delta_2(\Delta_1 + \Delta_2 - V_1 - V_2) - V_2(\Delta_1 - V_1) - f_1^2] V_3 + f_2^2 (\Delta_2 + \Delta_1 - V_1)$$

$$\mu_j = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}\sqrt{x_1^2 - 3x_2} \cos[\theta + \frac{2}{3}(j-1)\pi] \quad (11)$$

بطوریکه در رابطه فوق μ_j ها جواب معادله درجه سه زیر هستند که با فرض جواب آزمایشی $C(t) = \exp(i\mu t)$ حل معادله شرودینگر بدست می آید:

$$\mu^3 + x_1 \mu^2 + x_2 \mu + x_3 = 0 \quad (12)$$

بطوریکه در رابطه (11) داریم [5]:

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[\frac{9x_1 x_2 - 2x_1^3 - 27x_3}{2(x_1^2 - 3x_2)^{3/2}} \right] \quad (13)$$

حال با فرض اینکه اتم ابتدا در حالت برانگیخته قرار دارد ($A(0) = 1, B(0) = C(0) = 0$) تا (8) می توان ضرایب \tilde{b}_j را بدست آورد:

$$\tilde{b}_j = \frac{f_1}{\mu_{jk} \mu_{j\ell}}, \quad j \neq k \neq \ell = 1, 2, 3 \quad (14)$$

$$\mu_{jk} = \mu_j - \mu_k$$

با توجه به دامنه احتمالات بدست آمده می توان تابع موج سیستم در رابطه (4) را به صراحت بدست آورد. لازم به ذکر است که در محاسبات عددی به منظور بررسی ویژگی های مختلف سیستم برهم کنشی، حالت تشدید کامل $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ در نظر گرفته شده و برای ساده سازی و بدون کم شدن از عمومیت مسئله ثابت های جفت شدگی λ_1 و λ_2 را برابر می گیریم.

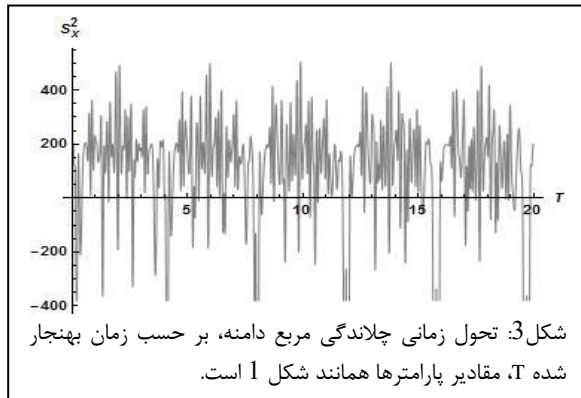
آمار فوتونی

به منظور بررسی آمار فوتونی میدان، پارامتر مندل Q را به صورت زیر تعریف می کنیم [6]:

$$Q = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle} - 1 \quad (15)$$

به ازای $Q < 0$ ($Q > 0$) آمار فوتونی میدان، زیرپوواسونی (فراپوواسونی) خواهد بود و به ازای $Q = 0$ میدان همانند یک حالت همدوس، دارای توزیع پواسوونی است. به منظور محاسبه پارامتر مندل Q چشمداشتی های $\langle \hat{n}^2 \rangle, \langle \hat{n} \rangle$ به صورت زیر محاسبه می شوند:

های خاصی از زمان برهم‌کنش شاهد بروز ویژگی غیرکلاسیکی چلانگی مربع دامنه هستیم.



نتیجه‌گیری

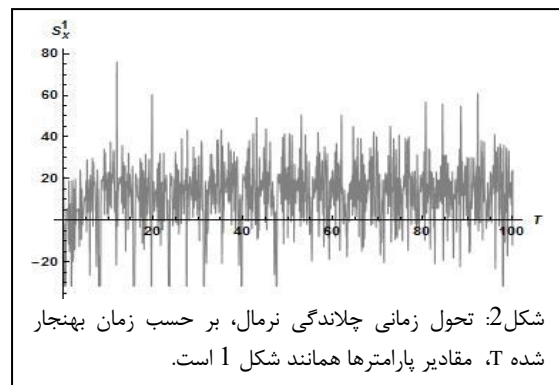
در این مقاله ضمن ارائه مدل برهم‌کنشی یک اتم سه-ترازی Ξ -گونه در حضور محیط غیرخطی شبه کر و جفت‌شدگی وابسته به شدت، با فرض اینکه میدان اولیه در یک حالت هم‌دوس زوج استاندارد است، ویژگی‌های غیرکلاسیکی میدان، شامل آمار فوتونی و چلانگی‌های مراتب مختلف میدان بررسی شد. مشخص شد که توزیع فوتونی میدان در تمام مدت برهم‌کنش از آمار زیرپوواسونی برخوردار است. همچنین چلانگی‌های نرمال و مربع دامنه برای کوادراتورهای \hat{X}_1 و \hat{X}_2 در بازه‌هایی از زمان برهم‌کنش مشاهده شد.

مراجع

- [1] M. J. Faghihi and M. K. Tavassoly, "Dynamics of entropy and non-classical properties of the state of a Λ -type three-level atom interacting with a single-mode cavity field with intensity-dependent coupling in a Kerr medium", J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. Vol.45 pp.035502, 2012.
- [2] R. A. Zait, "Nonclassical statistical properties of a three-level atom interacting with a single-mode field in a Kerr medium with intensity dependent coupling", Phys. Lett. A Vol.319 pp.461, 2003
- [3] C. C. Gerry and E. E. Hach, "Interaction of a two-level atom with an even coherent state", Phys. Lett. A Vol.179 pp.1, 1993
- [4] R. A. Ziat and N.H. Abd El-Wahab, "Non-resonant interaction between a three-level atom with a momentum Eigen state and a one-mode cavity field in a Kerr-like medium", J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. Vol.35 pp.3701, 2002.
- [5] Childs Lindsay, A Concrete Introduction to Higher Algebra, (Springer, Edit. 3, 2008).
- [6] L. Mandel; "Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence", Opt. Lett. Vol.4 pp.205, 1979.

$$\langle \hat{a}^r \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n^* q_{n+r} \left\{ \sqrt{\frac{(n+r)!}{n!}} \times A^*(n, t) A(n+r, t) + \sqrt{\frac{(n+r+1)!}{(n+1)!}} \times B^*(n+1, t) B(n+r+1, t) + \sqrt{\frac{(n+r+2)!}{(n+2)!}} \times C^*(n+2, t) C(n+r+2, t) \right\} \quad (18)$$

که در آن q_n مربوط به یک حالت هم‌دوس زوج استاندارد با تابع توزیع فوتونی رابطه (2) است. در شکل (2) تحول زمانی تابع S_x^1 برحسب زمان تعمیم یافته و به ازای پارامترهای در نظر گرفته شده در شکل (1)، رسم شده است. مشاهده می‌شود که به ازای مقادیر ذکر شده، افت‌وخیزها در زمان‌های مختلف بین مقادیر مثبت و منفی در نوسان می‌باشند و در نتیجه در بازه‌های خاصی از زمان برهم‌کنش، ویژگی غیرکلاسیکی چلانگی نرمال در کوادراتور \hat{X}_1 اتفاق می‌افتد.



چلانگی مربع دامنه

برای بررسی چلانگی مربع دامنه، کوادراتورهای $\hat{Y}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})$ و $\hat{X}_2 = \frac{1}{2}(\hat{a}^2 + \hat{a}^{\dagger 2})$ معرفی می‌شوند. با توجه به روابط جابجایی و عدم قطعیت، ویژگی چلانگی مربع دامنه با برقراری $\langle (\hat{n} + \frac{1}{2})^2 \rangle$ یا $\langle (\Delta \hat{Y}_2)^2 \rangle$ امکان پذیر می‌باشد که به ترتیب به نامعادله‌های زیر منجر می‌شوند:

$$S_x^2 = 2 \langle \hat{n}^2 \rangle - 2 \langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{a}^4 \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger 4} \rangle - \langle \hat{a}^2 \rangle \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle \quad (19)$$

$$S_y^2 = 2 \langle \hat{n}^2 \rangle - 2 \langle \hat{n} \rangle - \langle \hat{a}^4 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger 4} \rangle + \langle \hat{a}^2 \rangle \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle$$

همانطور که در شکل (3) مشخص است، با بررسی تحول زمانی تابع S_x^2 مشخص است که همانند چلانگی نرمال، به ازای پارامترهای در نظر گرفته شده، افت و خیزها بین مقادیر مثبت و منفی در نوسان می‌باشند. بنابراین در بازه