

برهم کنش یک اتم دو ترازوی با یک حالت همدوس زوج غیرخطی بر مبنای مدل جینز-کامینگز

تغییر شکل یافته f

جعفری، اکبر؛ عباسی، امید

گروه فیزیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

چکیده

در این مقاله برهم کنش یک حالت همدوس غیرخطی زوج با یک اتم دو ترازوی بر مبنای مدل جینز-کامینگز تغییر شکل یافته f مورد مطالعه قرار گرفته است. پس از ارائه راه حلی مبتنی بر روش عمگنر چگالی، ضمن مطالعه تاثیر شدت میدان اولیه بر ویژگی های کوانتومی سیستم، خواص برجسته سیستم برهم کنشی همانند آمار فوتونی، آنتروپی میدان و تحول حالت کوانتومی میدان در فضای فاز مورد بررسی قرار گرفت. مشخص شد که با افزایش شدت، آمار زیرپوواسونی (به عنوان یک ویژگی غیرکلاسیکی) برای میدان حاصل شده و مقدار بیشینه آنتروپی میدان (شدت درهم تنیدگی اتم-میدان) کاهش (افزایش) می یابد.

Interaction of a two-level atom with an even nonlinear coherent state based on the f -deformed Jaynes-Cummings model

Jafari, Akbar; Abbasi, Omid

Department of Physics, Urmia University, Urmia,

Abstract

In this article, the interaction of an even nonlinear coherent state with a two-level atom based on the f -deformed Jaynes-Cummings model has been studied. After presenting a solution based on density operator method, during the study of initial field intensity effect on the quantum features of the system, the striking properties of the interaction system like photon statistics, field entropy and the evolution of the quantum state of the field has been investigated. It is found that the increasing of the intensity lead to the sub-Poissonian statistics (as a non-classical property) and the maximum value of the field entropy (the strength of the atom-field entanglement) is decreased (increased).

PACS No.32

مقدمه

است، α عددی مختلط است و ضریب بهنجارش N_f از شرط بهنجارش به دست می آید. علاوه بر آن برهم کنشی حالت های همدوس (خطی و غیرخطی) در سال های اخیر به صورت گسترده ای مورد توجه قرار گرفته اند [۱] و [۲]. از جمله معروف ترین برهم کنشی های انجام شده در حوزه ی حالت های همدوس غیرخطی می توان به حالت های همدوس غیرخطی زوج و فرد [۱] اشاره کرد که دارای ویژگی های غیر کلاسیکی جالبی همچون نوسانی بودن تابع توزیع فوتونی (احتمال صفر برای تعداد فرد فوتون در تابع توزیع فوتونی یک حالت زوج)، آمار فوتونی زیرپوواسونی (بسته به نوع تابع غیرخطی) و... هستند. شکل کلی یک حالت همدوس غیرخطی زوج به صورت زیر است:

حالت های همدوس به عنوان حالت هایی که به توصیف کلاسیکی میدان الکترومغناطیسی بسیار نزدیک اند، به صورت گسترده ای مورد مطالعه قرار گرفته اند. با توجه به اهمیت و کاربرد این حالت ها، تعمیم این حالت ها همواره مورد توجه بوده است. یکی از انواع این تعمیم ها، حالت های همدوس غیرخطی هستند که با تعریف عملگر $\hat{A} = \hat{a}f(\hat{n})$ و همیوگ مختلط متناظر با آن $\hat{A}^\dagger = f^\dagger(\hat{n})\hat{a}^\dagger$ بنا می شوند که $f(\hat{n})$ تابعی از شدت میدان $\hat{n} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ می باشد. این حالت ها از معادله ی ویژه مقاداری $\hat{A}|\alpha, f\rangle = \alpha|\alpha, f\rangle$ به دست می آیند که در آن $|\alpha, f\rangle$ ، به صورت:

$$|\alpha, f\rangle = N_f \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!f(n)!}} |n\rangle \quad (1)$$

هدف از این مقاله بررسی برهم کنش یک حالت همدوس غیرخطی زوج با شکل کلی (۲) با یک اتم دوترازی است که هامیلتونی چنین سیستمی با رابطه (۳) توصیف می شود. بدین منظور در ابتدا عملگر چگالی سیستم در زمان های مختلف را که از رابطه $\hat{\rho}(t) = \hat{U}^\dagger(t) \hat{\rho}(0) \hat{U}(t)$ بدست می آید، محاسبه می کنیم و سپس با داشتن $\hat{\rho}(t)$ تمام خواص برجسته سیستم را بدست می آوریم. لازم به ذکر است که در این رابطه $\hat{U}(t)$ عملگر تحول زمانی سیستم است که با استفاده از هامیلتونی (۳) بدست می آید. همچنین $\hat{\rho}(0)$ عملگر چگالی سیستم اتم-میدان در زمان $t = 0$ است که با فرض بودن اتم در ابتدا در حالت برانگیخته از رابطه زیر بدست می آید:

$$\hat{\rho}(0) = \hat{\rho}_a(0) \otimes \hat{\rho}_f(0) = \begin{pmatrix} \hat{\rho}_f(0) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

و $\hat{\rho}_a(f)(0)$ عملگر چگالی اتم (میدان) در $t = 0$ است. با توجه به اینکه میدان در ابتدا یک حالت همدوس غیرخطی زوج در نظر گرفته شده، عملگر چگالی میدان در شروع برهم کنش به صورت $\hat{\rho}_f(0) = |\psi_F\rangle\langle\psi_F|$ خواهد بود. پس از محاسبات جبری طولانی خواهیم داشت:

$$\hat{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \hat{\mathfrak{R}}\hat{\rho}_f(0)\hat{\mathfrak{R}}^\dagger & \hat{\mathfrak{R}}\hat{\rho}_f(0)\hat{\rho}^\dagger \\ \hat{\rho}\hat{\rho}_f(0)\hat{\mathfrak{R}}^\dagger & \hat{\rho}\hat{\rho}_f(0)\hat{\rho}^\dagger \end{pmatrix} \quad (6)$$

که در رابطه فوق داریم:

$$\hat{\mathfrak{R}} = \cos \hat{\Phi}_n t - i \frac{\hat{\Lambda}_n}{2\hat{\Phi}_n} \sin \hat{\Phi}_n t \quad (7)$$

$$\hat{\rho} = -ig\hat{A}^\dagger \frac{\sin \hat{\Phi}_n t}{\hat{\Phi}_n} \quad (8)$$

$$\hat{\Lambda}_n = \Delta - 2\chi\hat{n}, \quad \Delta = \omega - \nu \quad (9)$$

$$\hat{\Phi}_n = \sqrt{g^2(\hat{n} + 1)f^2(\hat{n} + 1) + \frac{\hat{\Lambda}_n^2}{4}} \quad (10)$$

با داشتن رابطه (۶)، تمام کمیت های مورد نیاز در محاسبه ویژگی های مختلف سیستم، قابل حصول هستند. به عنوان مثال عملگر چگالی میدان که در محاسبه چشمداشتی های مورد نیاز در محاسبات وارد می شود از محاسبه رد ماتریس (۶) به صورت $\hat{\rho}_f(t) = \text{Tr}_a[\hat{\rho}(t)]$ (اندیس a نشان دهنده اینست که عملیات ردگیری

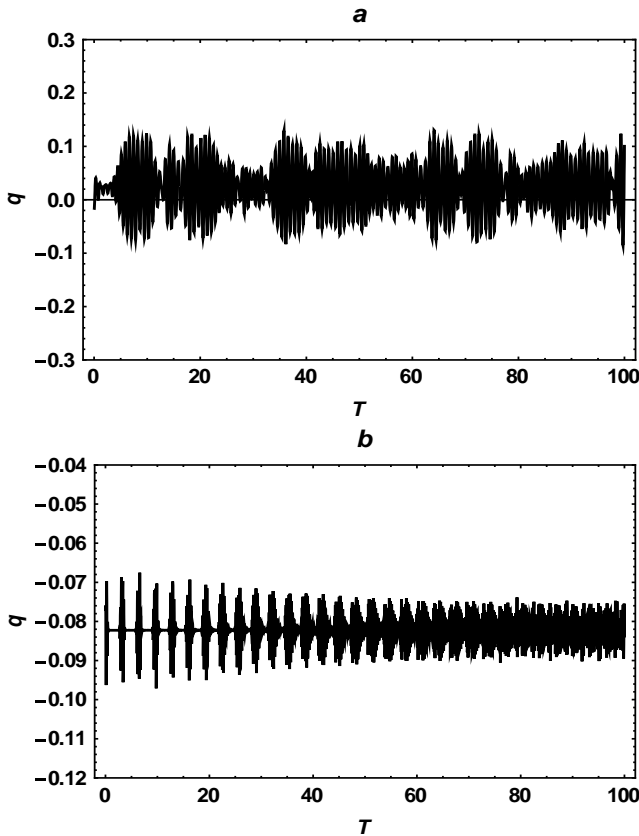
$$|\psi_F\rangle = N(|\alpha, f\rangle + |-\alpha, f\rangle) \quad (2)$$

از طرف دیگر برهم کنش حالت های مختلف میدان تابشی با سیستم-های اتمی مختلف و بخصوص سیستم اتم دوترازی و تعمیم آن به میدان های چندمدی و اتم های چندترازی بعد از ارائه مدل برهم کنش جینز-کامینگز به صورت گسترده مورد توجه قرار گرفته است. در یکی از این تعمیم ها که موسوم به مدل جینز-کامینگز تغییر شکل یافته f است [۳]، از عملگرهای آفرینش و نابودی فوتونی تعمیم یافته استفاده شده است به نحوی که انتخاب تابع غیرخطی بصورت $f(n) = \sqrt{1 - \frac{\chi}{\nu}(1-n)}$ پارامتر مربوط به جمله غیرهارمونیک ناشی از محیط شبه کر و ν فرکانس میدان است) این امکان را فراهم می سازد که علاوه بر در نظر گرفتن ثابت جفت شدگی وابسته به شدت در جمله برهم کنشی، جمله ای مربوط به هامیلتونی کر، در این مدل تعمیم یافته ظاهر شود. لازم به ذکر است، چنین تابع غیرخطی میتواند جهت توصیف پتانسیل موریس بعنوان یک پتانسیل واقعی فیزیکی، در برهم کنش با یک اتم دوترازی، مورد استفاده قرار گیرد. همچنین استفاده از عملگرهای تعمیم یافته نابودی و آفرینش فوتونی امکان استفاده از حالت های همدوس غیرخطی یا برهم نهی از آنها را بعنوان حالت اولیه میدان، فراهم می آورد. هامیلتونی مربوط به این مدل، برای توصیف برهم کنش یک میدان تک مد غیر خطی با یک اتم دوترازی بصورت زیر ارائه شده است:

$$\hat{H} = \hbar\nu\hat{A}^\dagger\hat{A} + \frac{1}{2}\hbar\omega\hat{\sigma}_3 + \hbar g(\hat{\sigma}_+\hat{A} + \hat{A}^\dagger\hat{\sigma}_-) \quad (3)$$

جملات اول و دوم (ω در جمله دوم، فرکانس گذار اتمی است) به ترتیب عملگرهای انرژی میدان و اتم در غیاب برهم کنش و جمله سوم توصیف کننده برهم کنش بین میدان و اتم است، که در آن g ثابت جفت شدگی است و وجود تابع غیرخطی در عملگرهای تعمیم یافته نابودی و آفرینش فوتونی، جفت شدگی اتم-میدان وابسته به شدت را تضمین می کند. همچنین عملگرهای $\hat{\sigma}_\pm$ و $\hat{\sigma}_3$ با روابط جابجایی $[\hat{\sigma}_-, \hat{\sigma}_+] = -\hat{\sigma}_3$ و $[\hat{\sigma}_\pm, \hat{\sigma}_3] = \mp 2\hat{\sigma}_\pm$ بترتیب عملگرهای گذار بین دو تراز اتمی هستند. چنانچه حالت پایه اتمی را با $|g\rangle$ و حالت برانگیخته را با $|e\rangle$ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\hat{\sigma}_3 = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|, \hat{\sigma}_+ = |e\rangle\langle g|, \hat{\sigma}_- = |g\rangle\langle e| \quad (4)$$



شکل ۱: تحول زمانی تابع q بر حسب زمان بهنجار شده $T = gt$ و $g = \Delta = .05$
 $\chi = \frac{g}{2} = .004$ در شکل a و $|\alpha_0|^2 = 50$ در شکل b

از شدت درهم‌تنیدگی اتم-میدان بعنوان یکی از ویژگی‌های برجسته سیستم‌های کوانتومی است. به منظور بررسی تحول زمانی آنتروپی میدان، آنتروپی خطی میدان را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\xi = 1 - Tr_f [\hat{\rho}_f^2(t)] \quad (16)$$

برای محاسبه عملگر چگالی میدان در رابطه فوق از روابط (۷) تا (۱۱) استفاده می‌کنیم. در شکل ۲ نمودار تحول زمانی آنتروپی میدان بر حسب زمان بهنجار شده $T = gt$ رسم شده است. دیگر پارامترهای مسئله همانند شکل ۱ انتخاب شده‌اند. از مقایسه شکل-های ۲a و ۲b کاملاً مشخص است که با افزایش شدت میدان اولیه، علاوه بر اینکه بی‌نظمی در رفتار آنتروپی میدان به رفتاری نوسانی (ظهور الگوهای احیاء و فروریزش) تبدیل می‌شود، مقدار بیشینه آنتروپی کاهش می‌یابد. بدیهی است که کاهش آنتروپی معادل با افزایش میزان درهم‌تنیدگی اتم-میدان در حین برهم‌کنش خواهد بود.

روی متغیرهای اتمی گرفته می‌شود) بدست می‌آید:

$$\hat{\rho}_f(t) = \hat{\mathcal{R}} \hat{\rho}_f(0) \hat{\mathcal{R}}^\dagger + \hat{\xi} \hat{\rho}_f(0) \hat{\xi}^\dagger \quad (11)$$

همچنین یکی از کمیت‌های مهم در محاسبات، تابع توزیع فوتونی میدان در شروع برهم‌کنش است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_n(0) = \frac{4|N|^2 |N_f|^2 |\alpha_0|^2}{n! [f(n)]^2} (1 + (-1)^n)^2 \quad (12)$$

لازم به ذکر است، با قرار دادن $f(n) = 1$ در تمام روابط فوق، نتایج بدست آمده در مقالات مربوط به برهم‌کنش اتم دوترازی با برهم‌نهی حالت‌های همدوس استاندارد قابل حصول است.

آمار فوتونی

به منظور بررسی آمار فوتونی میدان، کمیت بدون بعد پارامتر مندل را که با رابطه زیر داده می‌شود، محاسبه می‌کنیم:

$$q = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle} - 1 \quad (13)$$

که برای محاسبه مقادیر چشمداشتی از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

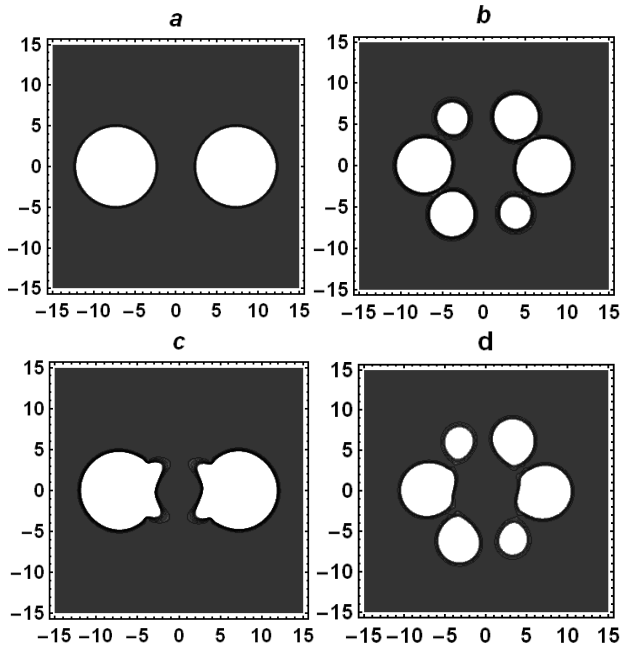
$$\langle \hat{n} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(0) \left(n + \left(1 - \frac{\Lambda_n^2}{4\Phi_n^2} \right) \sin^2 \Phi_n t \right) \quad (14)$$

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(0) \left(n^2 + (2n+1) \left(1 - \frac{\Lambda_n^2}{4\Phi_n^2} \right) \sin^2 \Phi_n t \right) \quad (15)$$

در شکل‌های ۱a و ۱b تحول زمانی پارامتر مندل بر حسب زمان بهنجار شده $T = gt$ و با شدت‌های اولیه متفاوت رسم شده است. در حالیکه پارامتر مندل در شدت‌های پایینتر (شکل ۱a) دارای رفتار نوسانی بین آمار فراپوواسونی و زیرپوواسونی است، با افزایش شدت میدان اولیه، آمار فوتونی میدان در تمام مدت برهم‌کنش دارای توزیع زیرپوواسونی (ویژگی غیرکلاسیکی) است (شکل ۱b).

آنتروپی میدان

بررسی تحول زمانی آنتروپی میدان یک راه استاندارد جهت آگاهی



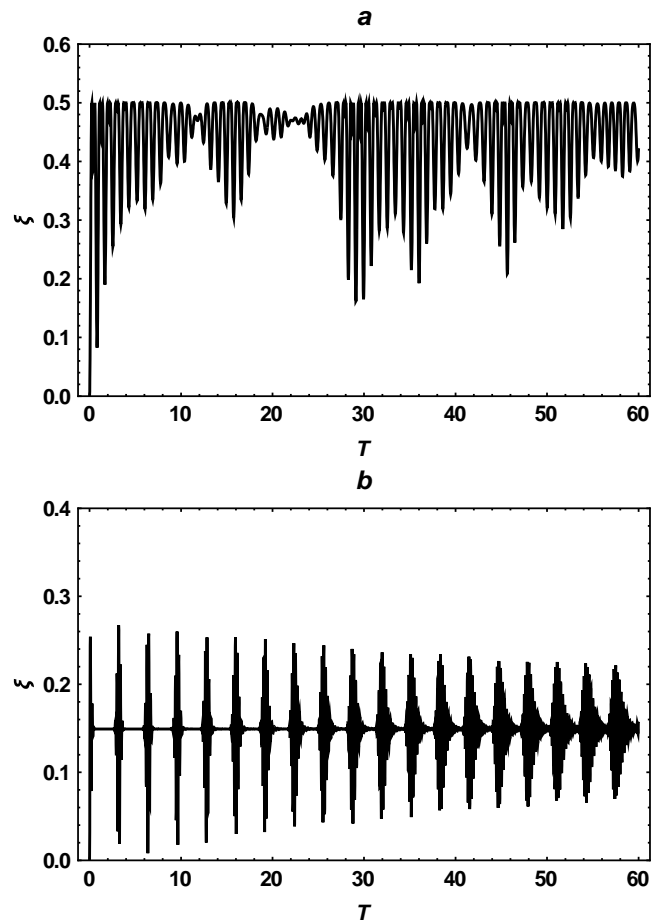
شکل ۳: تحول زمانی تابع توزیع Q (محور افقی $Re(\beta)$ و محور قائم $Im(\beta)$) در زمان‌های احیاء (شکل‌های a و c) و فروریزش وارونی اتمی (شکل‌های b و d). مقادیر پارامترها مانند شکل ۱b

نتیجه گیری

در این مقاله ضمن ارائه مدل مبتنی بر عملگر چگالی در برهم‌کنش یک حالت همدوس زوج غیرخطی با یک اتم دوترازی و بررسی ویژگی‌های کوانتومی این سیستم، مشخص شد که آمار زیرپوواسونی به‌عنوان یک ویژگی غیرکلاسیکی برای میدان در شدت‌های اولیه بالا قابل حصول است. ضمناً بررسی تحول زمانی آنتروپی میدان نشان داد که با افزایش شدت میدان اولیه، علاوه بر تغییر رفتار آنتروپی میدان، درهم‌تنیدگی اتم-میدان افزایش می‌یابد. همچنین چگونگی تحول میدان در فضای فاز از طریق رسم تابع Q و تولید حالت‌های گربه شرودینگر غیرخطی چندگانه مورد بررسی قرار گرفت.

مرجع‌ها

- [1] S. Mancini; "Even and odd nonlinear coherent states"; Phys. Lett. A, **233** (1997) 291
- [2] O. Abbasi and M. K. Tavassoly; "Superposition of two nonlinear coherent states $\pi/2$ out of phase and their nonclassical properties"; Optics Comunicacions, **282** (2009) 3737
- [3] O. Santos-Sanchez and J. Recamier; "The f-deformed Jaynes-Cummings model and its nonlinear coherent states"; J. Phys. B, **45** (2012) 015502



شکل ۴: تحول زمانی آنتروپی خطی میدان. مقادیر پارامترها مانند شکل ۱

تحول میدان

یکی از راه‌های بررسی تحول میدان در برهم‌کنش با سیستم اتمی، بررسی تابع توزیع Q در فضای فاز است که برای یک حالت غیرخطی بصورت زیر تعریف می‌شود [۳]:

$$Q_f(\beta) = \langle f, \beta | \hat{\rho}_f(t) | \beta, f \rangle \quad (17)$$

در شکل ۳ تحول میدان در حین برهم‌کنش در فضای فاز در زمان‌های احیاء (شکل‌های ۳a و ۳c) و فروریزش وارونی اتمی (شکل-های ۳b و ۳d) نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است در حالی که میدان در لحظه اولیه دارای دو مولفه کاملاً مجزا در فضای فاز بوده است (حالت‌های گربه شرودینگر غیرخطی)، در اولین زمان فروریزش به شش مولفه با احتمال‌های نامساوی تبدیل شده است (حالت‌های گربه شرودینگر غیرخطی چندگانه). همین وضعیت در زمان‌های احیاء و فروریزش بعدی نیز تکرار می‌شود.