

## بررسی ویژگی‌های غیر کلاسیکی میدان در برهم‌کنش با یک اتم سه ترازوی $\Xi$ -گونه در یک کاواک اپتیکی با محیط شبه کر و حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت

جعفری، اکبر؛ نادرعلی، رحیم؛ حیدری، سید مجید؛ عباسی، امید

گروه فیزیک، دانشکده علوم دانشگاه ارومیه، ارومیه

### چکیده

برهم‌کنش یک اتم سه ترازوی  $V$ -گونه و  $\Lambda$ -گونه با میدان تک مد در یک محیط غیرخطی شبه کر و با جفت‌شدگی اتم-میدان وابسته به شدت پیش از این بررسی شده است. در این مقاله ضمن ارائه مدل برهم‌کنش بین یک اتم سه ترازوی  $\Xi$ -گونه با یک میدان تک مد در یک محیط شبه کر و در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت به بررسی ویژگی‌های غیر کلاسیکی میدان شامل آمار فوتونی، چلانگی مرتبه اول و چلانگی مربع دامنه پرداخته‌ایم. به ازای شدت اولیه در نظر گرفته شده، هر سه ویژگی غیر کلاسیکی مذکور در حین برهم‌کنش مشاهده می‌شود. در پایان ویژگی‌های غیر کلاسیکی سیستم تحت بررسی با سیستم برهم‌کنش اتم سه ترازوی  $V$ -گونه با میدان تک مد مقایسه می‌شود.

## Investigation of the Non-classical properties of the field interacting with a $\Xi$ -configuration three-level atom in an optical cavity with Kerr-like medium and the presence of intensity dependent coupling

Jafari, Akbar; Naderali, Rahim; Heydari, Seyyed Majid; Abbasi, Omid

Department of Physics, Science Faculty of Urmia University, Urmia

### Abstract

Interaction of a  $V$ -configuration and  $\Lambda$ -configuration three-level atom with a single-mode field in a Kerr-like medium and with the intensity dependent coupling has been already investigated. In this article during the presentation of the model of interaction between a  $\Xi$ -configuration three-level atom with a single-mode field in a Kerr-like medium and the presence of intensity dependent coupling, we investigate the non-classical properties of the field including photon statistics, first order squeezing and amplitude-squared squeezing. With the considering initial intensity all of mentioned three non-classical properties is seen during the interaction. Finally the non-classical features of our considering system have been compared with the system of  $V$ -configuration three-level atom interacting with single-mode field.

PACS No.32

توجه قرار بگیرد. از جمله تعمیم‌های داده شده به مدل استاندارد، مدل‌های ارائه شده برای توصیف برهم‌کنش اتم‌های چند ترازوی [۱] از جمله اتم‌های سه ترازوی با میدان تک مد است. به‌عنوان مثال برهم‌کنش میدان تک مد در حضور یک محیط غیرخطی شبه کر و جفت‌شدگی وابسته به شدت با اتم‌های سه ترازوی با ساختارهای مختلف از جمله اتم‌های  $V$ -گونه [۲] و  $\Lambda$ -گونه [۳] مورد

### مقدمه

بدون شک گسترده‌ترین و ساده‌ترین مدل برای توصیف برهم‌کنش یک اتم دوترازی با میدان الکترومغناطیسی تک مد، مدل جینز-کامینگز استاندارد است. سادگی و حل‌پذیر بودن این مدل، باعث شده است که تعمیم و گسترش آن به مسائل پیچیده‌تر در زمینه برهم‌کنش اتم-میدان در سال‌های اخیر به‌صورت گسترده‌ای مورد

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n \{A(n,t)e^{-i\gamma_1 t} |1,n\rangle + B(n+1,t)e^{-i\gamma_2 t} |2,n+1\rangle + C(n+2,t)e^{-i\gamma_3 t} |3,n+2\rangle\} \quad (2)$$

که  $q_n$  دامنه کت عددی  $|n\rangle$  می باشد و مقادیر  $A, B, C$  دامنه-های احتمال هستند و همچنین داریم:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \omega_1 + n\Omega \\ \gamma_2 &= \omega_2 + (n+1)\Omega \\ \gamma_3 &= \omega_3 + (n+2)\Omega \end{aligned} \quad (3)$$

با حل معادله شرودینگر  $i(\partial/\partial t)|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$  و با در نظر گرفتن اینکه  $f(\hat{n})|n\rangle = f(n)|n\rangle$  و  $\hat{\sigma}_{ij}|j\rangle = |i\rangle$  معادلات جفت شده زیر بدست می آیند:

$$\begin{aligned} i\dot{A} &= V_1 A + B f_1 e^{-i\Delta_1 t} \\ i\dot{B} &= V_2 B + A f_1 e^{i\Delta_1 t} + C f_2 e^{-i\Delta_2 t} \\ i\dot{C} &= V_3 C + B f_2 e^{i\Delta_2 t} \end{aligned} \quad (4)$$

که داریم:

$$\begin{aligned} V_1 &= \chi n(n-1), \quad V_2 = \chi n(n+1) \\ V_3 &= \chi(n+2)(n+1), \quad f_1 = \lambda_1 f(n+1)\sqrt{n+1} \\ f_2 &= \lambda_2 f(n+2)\sqrt{n+2} \end{aligned} \quad (5)$$

با در نظر گرفتن جواب آزمایشی به صورت  $C(t) = e^{i\mu t}$  جایگذاری در روابط (۴)، معادله درجه سوم زیر بر حسب  $\mu$  بدست می آید:

$$\mu^3 + x_1 \mu^2 + x_2 \mu + x_3 = 0 \quad (6)$$

بطوریکه داریم:

$$\begin{aligned} x_1 &= V_1 + V_2 + V_3 - \Delta_1 - 2\Delta_2 \\ x_2 &= \Delta_2(\Delta_1 + \Delta_2 - V_2 - V_1) \\ &\quad - V_3(\Delta_1 + 2\Delta_2 - V_3 - V_1) \\ &\quad - V_2(\Delta_1 - V_1) - f_1^2 - f_2^2 \\ x_3 &= V_3\{f_1^2 + \Delta_2(\Delta_1 + \Delta_2 - V_1 - V_2) \\ &\quad - V_2(\Delta_1 - V_1)\} + f_2^2(\Delta_1 + \Delta_2 - V_1) \end{aligned} \quad (7)$$

رابطه (۶) دارای سه ریشه حقیقی است که به طور عمومی به صورت زیر می باشد [۴]:

$$\mu_j = -\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}\sqrt{x_1^2 - 3x_2} \cos[\theta + \frac{2}{3}(j-1)\pi] \quad (8)$$

که  $(j=1,2,3)$  و:

$$\theta = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left[ \frac{9x_1 x_2 - 2x_1^3 - 27x_3}{2(x_1^2 - 3x_2)^{3/2}} \right] \quad (9)$$

بررسی قرار گرفته اند. هدف از این مقاله ارائه مدل توصیف کننده برهم کنش اتمی سه ترازوی با ساختار  $\Xi$ -گونه با میدان تک مد و در حضور غیرخطیت ناشی از محیط برهم کنش است. بررسی امکان بروز ویژگی های غیرکلاسیکی میدان نظیر آمار فوتونی زیرپوواسونی و چلانگی های مراتب مختلف در حین واکنش نیز مورد مطالعه قرار می گیرد.

## توصیف مدل

هامیلتونی توصیف کننده سیستم مورد نظر به صورت زیر است ( $\hbar = c = 1$ ):

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^3 \omega_j \hat{\sigma}_{jj} + \Omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \chi \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \quad (1)$$

$\hat{\sigma}_{ij}$  عملگر بالابرنده و پایین برنده بین ترازهای اتمی  $i$  و  $j$  می باشد که به صورت  $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|$  تعریف می شود.  $(i, j = 1, 2, 3)$ .  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  عملگرهای خلق و نابودی هستند. ترازهای اتمی را با  $|j\rangle$  نشان می دهیم که انرژی هر تراز  $\omega_j$  می باشد و گذارها به صورت  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$  و  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  خواهد بود.  $\Omega$  فرکانس میدان کاواک اپتیکی،  $\chi$  بر بخش پراکندگی پذیرفتاری مرتبه سوم محیط غیرخطی شبه کر دلالت دارد،  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  ثابت های جفت شدگی بین اتم و میدان می باشند، جمله اول هامیلتونی مربوط به اتم، جمله دوم هامیلتونی مربوط به میدان و جمله سوم عبارت غیر خطی مربوط به محیط شبه کر است. دوجمله آخر توصیف کننده برهم کنش اتم و میدان می باشند. عملگرهای  $\hat{R} = \hat{a}f(\hat{n})$  و  $\hat{R}^\dagger = f^\dagger(\hat{n})\hat{a}^\dagger$  بر حسب عملگرهای خلق و نابودی فوتونی  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^\dagger$  تعریف می شوند که در روابط جابجایی  $[\hat{R}^\dagger, \hat{n}] = -\hat{R}^\dagger$  و  $[\hat{R}, \hat{n}] = \hat{R}$  و  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$  صدق می کنند.

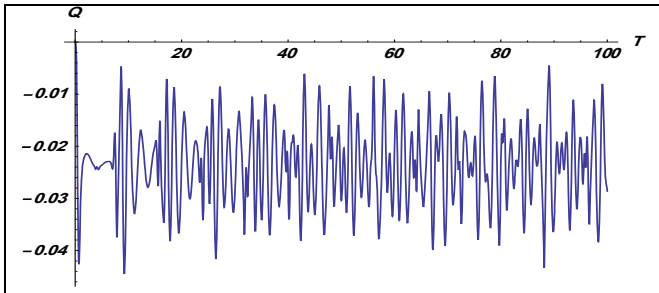
$f(\hat{n})$  تابع وابسته به شدت است و  $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$  عملگر تعداد فوتونی است. پارامترهای نامیزانی فرکانس میدان به صورت  $\Delta_1 = \omega_2 - \omega_1 + \Omega$  و  $\Delta_2 = \omega_3 - \omega_2 + \Omega$  تعریف می شوند.

تابع موج  $|\psi(t)\rangle$  توصیف کننده این برهم کنش را در زمانهای مختلف  $t$  به صورت زیر است:

که  $P_n = |q_n|^2$  تابع توزیع فوتونی اولیه است. میدان را در حالت اولیه یک حالت همدوس در نظر می‌گیریم:

$$q_n = \exp\left(-\frac{1}{2}|\alpha_0|^2\right) \frac{\alpha_0^n}{\sqrt{n!}} \quad (14)$$

که  $|\alpha_0|^2$  میانگین فوتونی میدان همدوس (شدت میدان همدوس) است.



شکل ۱: تحول زمانی پارامتر مندل در برهم‌کنش با میدان در حالت همدوس بر حسب زمان بهنجار شده  $T = \lambda t$  به ازای مقادیر  $|\alpha_0|^2 = 10$  و  $\chi = 0.4$ . در شکل ۱، نمودار تحول زمانی پارامتر مندل  $Q$  برای حالت همدوس با شدت  $|\alpha_0|^2 = 10$  در زمان بهنجار شده  $T = \lambda t$  رسم شده است. مشاهده می‌شود که در این حالت توزیع فوتونی میدان زیرپوواسونی است. لازم به ذکر است که به ازای شدت‌های بررسی شده دیگر نیز آمار زیرپوواسونی به عنوان یک ویژگی غیر کلاسیکی برای میدان حاصل می‌شود.

### چلانگی مرتبه اول

به منظور بررسی ویژگی چلانگی مرتبه اول میدان تابشی دو کوادراتور  $\hat{X}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)$  و  $\hat{Y}_1 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$  را در نظر می‌گیریم، با توجه به روابط جابجایی و عدم قطعیت، شرط بروز ویژگی چلانگی مرتبه اول، تحقق یافتن نامساوی  $\langle (\Delta \hat{X}_1)^2 \rangle < \frac{1}{4}$  یا  $\langle (\Delta \hat{Y}_1)^2 \rangle < \frac{1}{4}$  می‌باشد. که  $\Delta \hat{X}_1$  و  $\Delta \hat{Y}_1$  به ترتیب عدم قطعیت کوادراتورهای تعریف شده برای میدان می‌باشند. با جایگذاری کوادراتورهای  $\hat{X}_1$  و  $\hat{Y}_1$  در نامساوی‌های مذکور به ترتیب به روابط زیر می‌رسیم:

$$I_x = 2\langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{a}^2 \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle - (\langle \hat{a} \rangle + \langle \hat{a}^\dagger \rangle)^2 < 0 \quad (15)$$

$$I_y = 2\langle \hat{n} \rangle - \langle \hat{a}^2 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle + (\langle \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \rangle)^2 < 0$$

در رابطه (۱۵) چشمداشتی توانهای مختلف عملگر  $\hat{a}$  به صورت زیر بدست می‌آید:

با در نظر گرفتن جواب آزمایشی به صورت  $C(t) = \sum_{j=1}^3 b_j e^{i\mu_j t}$  که  $\mu_j$  ها با رابطه (۸) داده می‌شوند و قرار دادن در معادلات (۴) و با فرض اینکه اتم ابتدا در حالت برانگیخته قرار دارد  $(A(0)=1, B(0)=C(0)=0)$  احتمال به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$A(n, t) = \frac{1}{f_1} e^{-i(\Delta_1 + \Delta_2)t} \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j [(\mu_j + V_3) \times (\mu_j + V_2 - \Delta_2) - f_1^2] e^{i\mu_j t} \quad (10)$$

$$B(n+1, t) = -e^{-i\Delta_2 t} \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j (\mu_j + V_3) e^{i\mu_j t}$$

$$C(n+2, t) = f_2 \sum_{j=1}^3 \tilde{b}_j e^{i\mu_j t}$$

$$\tilde{b}_j = \frac{f_1}{\mu_{jk} \mu_{j\ell}}, \quad j \neq k \neq \ell = 1, 2, 3, \quad \mu_{jk} = \mu_j - \mu_k \quad (11)$$

لازم به ذکر است که در محاسبات عددی این مقاله تاثیر محیط کر با مقدار  $\chi = 0.4$  و جفت‌شدگی اتم-میدان وابسته به شدت را با در نظر گرفتن تابع وابسته به شدت  $f(\hat{n}) = \frac{1}{\sqrt{n}}$  مورد بررسی قرار می‌دهیم. به منظور بررسی ویژگی‌های مختلف سیستم برهم‌کنشی، حالت تشدید کامل  $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$  در نظر گرفته شده و برای سادگی و بدون کم شدن از عمومیت مسئله ثابت‌های جفت‌شدگی  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  برابر در نظر گرفته شده است.

### پارامتر مندل Q

پارامتر مندل  $Q$  به منظور بررسی آمار فوتونی میدان، به صورت زیر تعریف می‌شود [۵]:

$$Q = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle} - 1 \quad (12)$$

توزیع فوتونی میدان به ازای مقادیر  $Q < 0$  و  $Q > 0$  به ترتیب زیرپوواسونی و فراپوواسونی است و به ازای  $Q = 0$  میدان توزیع پوواسونی دارد.

به منظور محاسبه پارامتر مندل  $Q$  مقادیر چشمداشتی های  $\langle \hat{n}^2 \rangle$  و  $\langle \hat{n} \rangle$  با استفاده از تابع موج (۲) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\langle \hat{n} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n + |B|^2 + 2|C|^2) \quad (13)$$

$$\langle \hat{n}^2 \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n^2 + (2n+1)|B|^2 + (4n+1)|C|^2)$$

همانطور که در شکل (۳) مشخص است، با بررسی تحول زمانی تابع  $G_x$  شاهد بروز ویژگی غیر کلاسیکی چلانندگی مربع دامنه در کوادراتور  $\hat{X}_2$  در بازه های زمانی خاص هستیم.

### نتیجه گیری

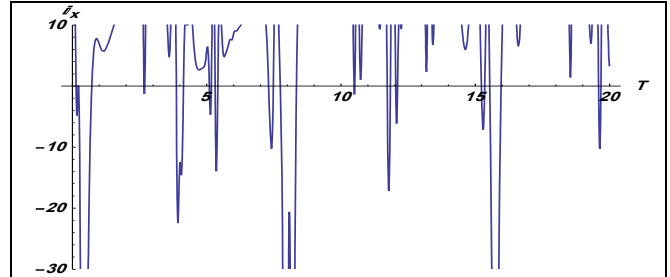
در این مقاله ضمن ارائه مدل برهم کنش یک اتم سه ترازی  $\Xi$  - گونه در حالت تشدید کامل با میدان تک مد و در حضور محیط غیر خطی شبه کر و جفت شدگی وابسته به شدت، ویژگی های غیر کلاسیکی میدان، شامل توزیع زیرپوواسونی و چلانندگی - های مراتب مختلف میدان بررسی شد و مشخص شد که توزیع فوتونی میدان در تمام مدت برهم کنش از آمار زیرپوواسونی برخوردار است. همچنین چلانندگی های مرتبه اول و مربع دامنه برای کوادراتورهای  $\hat{X}_1$  و  $\hat{X}_2$  در بازه هایی از زمان برهم کنش مشاهده می شود.

در پایان ضمن مقایسه سیستم بررسی شده در این مقاله با سیستم برهم کنش یک اتم سه ترازی  $V$  - گونه با میدان تک مد مشخص شد که توزیع فوتونی میدان در سیستم مذکور همانند سیستم بررسی شده در این مقاله در شدت مورد بررسی، از آمار زیرپوواسونی برخوردار است اما چلانندگی مرتبه اول برای کوادراتورهای میدان مشاهده نمی شود در حالیکه برای بازه های کوتاهی از زمان برهم کنش چلانندگی مربع دامنه وجود دارد [۲].

### مرجع ها

- [۱] N. H. Abdel-Wahab ; "A moving four-level N-type atom interacting with cavity fields"; J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **41** (2008) 105502(7pp).
- [۲] R. A. Ziat ; "Nonclassical statistical properties of a three-level atom interacting with a single-mode field in a Kerr medium with intensity dependent coupling"; Phys. Lett. A. **319** (2003) 461-474.
- [۳] M. J. Faghihi and M. K. Tavassoly ; "Dynamics of entropy and nonclassical properties of the state of a  $\Lambda$ -type three-level atom interacting with a single-mode cavity field with intensity-dependent coupling in a Kerr medium"; J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **45** (2012) 035502.
- [۴] R. A. Ziat and N.H. Abd El-Wahab ; "Nonresonant interaction between a three-level atom with a momentum eigenstate and a one-mode cavity field in a Kerr-like medium"; J. Phys. B: At.Mol.Opt. Phys.**35** (2002) 3701.
- [۵] L.Mandel; " Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence"; Opt. Lett. **4** (1979) 205.

$$\langle \hat{a}^r \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n^* q_{n+r} \left\{ \sqrt{\frac{(n+r)!}{n!}} \times A^*(n,t) A(n+r,t) + \sqrt{\frac{(n+r+1)!}{(n+1)!}} \times B^*(n+1,t) B(n+r+1,t) + \sqrt{\frac{(n+r+2)!}{(n+2)!}} \times C^*(n+2,t) C(n+r+2,t) \right\} \quad (16)$$



شکل ۲: نمودار تحول زمانی  $I_x$ . مقادیر پارامترها همانند شکل ۱ است.

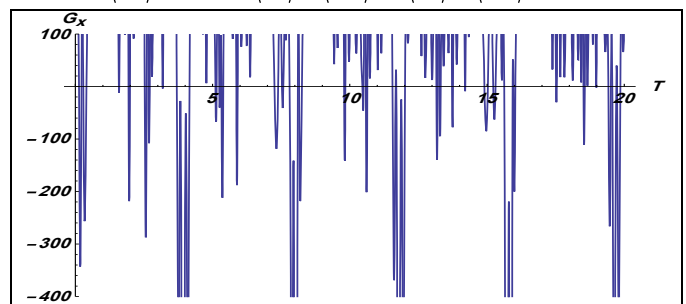
در شکل (۲) نمودار تحول زمانی تابع  $I_x$  بر حسب زمان بهنجار شده و به ازای مقادیر  $|\alpha_0|^2$  و  $\chi$  مفروض در قسمت قبل رسم شده است. کاملاً مشخص است که در بازه های زمانی مشخص در حین برهم کنش ویژگی غیر کلاسیکی چلانندگی مرتبه اول در کوادراتور  $\hat{X}_1$  اتفاق می افتد.

### چلانندگی مربع دامنه

به منظور بررسی ویژگی چلانندگی مربع دامنه میدان، کوادراتورهای  $\hat{X}_2 = \frac{1}{2}(\hat{a}^2 + \hat{a}^{\dagger 2})$  و  $\hat{Y}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})$  را در نظر می گیریم، با توجه به روابط جابجایی و رابطه عدم قطعیت، بروز ویژگی چلانندگی مربع دامنه با شرط  $(\Delta \hat{X}_2)^2 \langle (\hat{n} + \frac{1}{2}) \rangle$  یا  $(\Delta \hat{Y}_2)^2 \langle (\hat{n} + \frac{1}{2}) \rangle$  تحقق میابد و به ترتیب به نامعادله های زیر برای کوادراتورهای  $\hat{X}_2$  و  $\hat{Y}_2$  منجر می شوند:

$$G_x = 2\langle \hat{n}^2 \rangle - 2\langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{a}^4 \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger 4} \rangle - \langle \hat{a}^2 \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle \langle 0 \rangle \quad (17)$$

$$G_y = 2\langle \hat{n}^2 \rangle - 2\langle \hat{n} \rangle - \langle \hat{a}^4 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger 4} \rangle + \langle \hat{a}^2 \rangle - \langle \hat{a}^{\dagger 2} \rangle \langle 0 \rangle$$



شکل ۳: نمودار تحول زمانی  $G_x$ . مقادیر پارامترها همانند شکل ۱ است.