

## تأثیر شدت پرتو تزریقی و نامیزانی فرکانسی بر پایداری و دینامیک

### لیزرهای جفت شده نیمه رسانا

مبهوتی، خسرو؛ جعفری، اکبر؛ نعمتی، سمیه

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه ارومیه، ارومیه

#### چکیده

در این مقاله پاسخ دینامیکی لیزر گیرنده نیمه رسانا، تحت نامیزانی فرکانسی پرتو تزریقی لیزر فرستنده نیمه رسانا مورد مطالعه قرار گرفته است. این بررسی به صورت عددی با نمودارهای نمای لیاپانوف پیشینه، دوشاخه شدگی و سری های زمانی برحسب پارامترهای فاز پسخوراند و نامیزانی فرکانسی، به عنوان پارامتر کنترل، صورت پذیرفته است. نتایج نشان می دهند که شدت تزریقی باید در پاسخ دینامیکی لیزر گیرنده در نظر گرفته شود. نتایج عددی نشان می دهند که برای مقادیر متفاوت پارامترهای کنترل، شدت لیزر گیرنده می تواند به صورت کاملاً متفاوت از منبع تزریقی باشد. نتایج همچنین نشان می دهند که خروجی لیزر گیرنده، زمانی که شدت تزریقی بزرگتر از شدت پسخوراند اپتیکی است، نمی تواند پایداری و دینامیک لیزر گیرنده را تحت تأثیر قرار دهد.

## Effect of light injection strength and frequency detuning on the stability and dynamic of coupled semiconductor lasers

Mabhouti, Khosro; Jafari, Akbar; Nemati, Somayeh

Department of Physics, Faculty of Sciences, Urmia University, Urmia

#### Abstract

In this paper, the dynamical response of a slave semiconductor laser, under frequency detuning of optical injection from a master semiconductor laser has been studied. This is analyzed numerically by maximum Lyapunov exponents, bifurcation and time series diagrams, in terms of the feedback phase and the detuning frequency, as control parameters. It is shown that, injection strengths should be considered in the dynamical response of the slave laser. Numerical results show that for different values of the control parameters, the intensity of the slave laser output can be fully different from the injection source. The results also show that the output of the slave laser, when the injection strengths is larger than optical feedback strength, cannot be affected the stability and dynamics of the slave laser.

PACS No. (30)

محاسبات منبع مورد مطالعه قرار می گیرد [۳ و ۴]. در این روش از

تکنیک تزریق نوری از یک لیزر به لیزر دیگر به منظور افزایش پهنای باند فرکانس آشفستگی نوری استفاده می شود [۵]. نامیزانی فرکانس نوری بین پرتو لیزر تزریقی و پرتو لیزر گیرنده باعث ایجاد نوسانات سریع زمانی با پهنای فرکانسی بالا می شود با استفاده از نمای لیاپانوف می توان پایداری یک لیزر نیمه رسانا با پسخوراند اپتیکی را برآورد کرد [۶]. در این حالت خروجی لیزر را به صورت غیر قابل پیش بینی و با دینامیک بی نظمی در نظر می

#### مقدمه

نمای لیاپانوف یک ابزار قدرتمند برای تجزیه و تحلیل سیستم های پیچیده است. نماهای لیاپانوف نرخ رشد نمایی آشفستگی در یک فضای فاز بینظم تعریف می شود [۱]. نمای لیاپانوف مثبت معرف آشفستگی قطعی است. پسخوراند اپتیکی تاخیر زمانی بعنوان عاملی برای تولید مرتبه های بالای بی نظمی در لیزرهای نیمه رسانا می باشد [۲]. آشفستگی نوری بطور گسترده برای کاربردهای بالقوه در ارتباطات امن نوری تولید سریع اعداد تصادفی فیزیکی و

سمت تک سو کننده هدایت گردیده و به داخل لیزر گیرنده تزریق می شود.

### روش محاسبه نمای لیاپانوف بیشینه

در این بخش روشی را برای محاسبه نمای لیاپانوف بیشینه در سیستم های تاخیر زمانی شرح می دهیم [۳]. بردار حالت سه بعدی

$$x(t) = [E_{re,r}(t), E_{im,r}(t), N_r(t)] \quad (۳)$$

را برای لیزر گیرنده در نظر میگیریم که  $E_{re,r}(t)$  و  $E_{im,r}(t)$  به ترتیب قسمت های حقیقی و موهومی  $E_r(t)$  هستند. برای محاسبه نمای لیاپانوف بیشینه نیاز است سیر تحولی آشفتگی

$$\delta x(t) = [\delta E_{re,r}(t), \delta E_{im,r}(t), \delta N_r(t)] \quad (۴)$$

روی یک مسیر اصلی  $\bar{x}(t)$  در نظر گرفته شود. مسیر آشفته شده  $x(t)$  بصورت  $x(t) = \bar{x}(t) + \delta x(t)$  نوشته و نمای لیاپانوف

بیشینه از نرم آشفتگی های کوچک در فضای فاز یک سیستم دینامیکی محاسبه می گردد. در سیستم های تاخیر زمانی فضای فاز از متغیرهای دینامیکی در بازه زمانی  $[t - \tau, t]$  ساخته شده است که  $\tau$  زمان تاخیر است. این نشان می دهد که در حالت کلی

سیستم های تاخیر زمانی، سیستم های بی نهایت بعدی هستند که این امر باعث ایجاد مشکل در محاسبه نمای لیاپانوف بیشینه می

شود. برای حل مشکل یک زمان مشخص با یک بازه زمانی کوچک  $h$  در نظر می گیریم [۸]. وقتیکه متغیرهای دینامیکی  $x(t)$

در مدت زمان  $[t - T, t]$  با  $h$  مشخص شده اند، متغیرهای دینامیکی جدید  $\delta y(t)$  با استفاده از  $M + 1$  متغیر مشخص شده

بدست می آیند که  $M = \frac{\tau}{h}$  و:

$$\delta y(t) = [\delta x(t), \delta x(t - h), \dots, \delta x(t - Mh)] \quad (۵)$$

می باشد. نرم می تواند با استفاده از  $M + 1$  متغیر از  $\delta x(t)$  بصورت زیر محاسبه می شود [۸]:

$$\|\delta y(t)\| = d(t) = \sqrt{\sum_{j=0}^M |\delta x(t - jh)|^2} \quad (۶)$$

نمای لیاپانوف بیشینه  $\lambda_{\max}$  سیستم لیزری می تواند با استفاده از میانگین لگاریتم نسبت نرم ها بدست آید:

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{\tau N} \sum_{j=1}^N \ln \frac{d(t + j\tau)}{d[t + (j-1)\tau]} \quad (۷)$$

گیریم. در این مقاله با معرفی روش محاسبه نمای لیاپانوف برای دو لیزر نیمه رسانای جفت شده به بررسی تاثیر شدت پرتو لیزری تزریقی و همچنین نامیزانی فرکانسی مابین پرتو لیزری تزریقی و فرکانس کاری لیزر گیرنده می پردازیم. بدین منظور با کمک مقادیر نمای لیاپانوف محاسبه شده محدوده مقادیر مناسب برای شدت تزریق را محاسبه می نماییم. در ادامه با استفاده از این مقادیر، با کمک نمودارهای دوشاخه شدگی و حل عددی معادلات تاثیر نامیزانی را در فرآیند تزریق اپتیکی مورد بررسی قرار می دهیم. در پایان نیز با بررسی تحول زمانی مجموعه لیزری، نتایج ارائه شده در قسمت های قبل را مورد بررسی و تایید قرار می دهیم.

### مدل ریاضی

در حالت بی بعد، می توان از معادلات لانگ-کابایاشی برای توصیف دینامیک لیزر های نیمه رسانا با کاواک خارجی استفاده کرد که می توان آنها را بصورت زیر نوشت [۷]:

$$T \frac{dN_S}{dt} = \left[ P - N - (1 + 2N) |E_S|^2 \right] \quad (۱)$$

$$\frac{dE_S}{dt} = (1 + i\alpha) N_S E_S + \eta_S E_S(t - \tau) e^{-iC_{ps}} + \beta E_m e^{-i\omega_d t} \quad (۲)$$

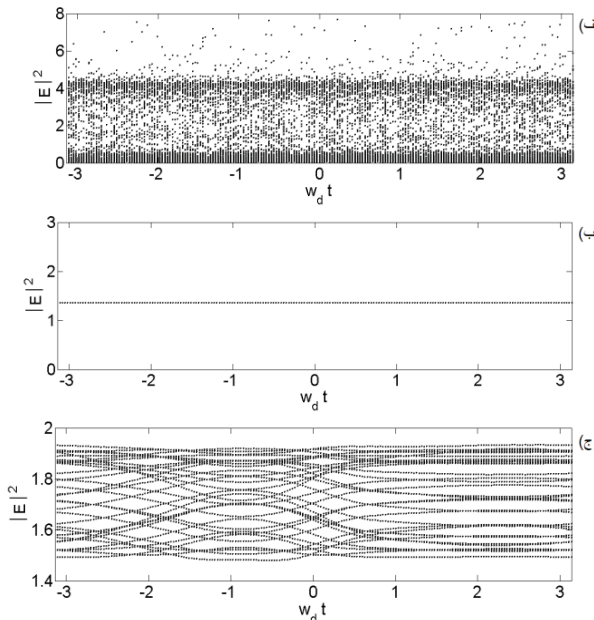
در روابط فوق اندیس های  $m$  و  $s$  بترتیب معرف لیزرهای فرستنده و گیرنده هستند که در آنها  $E$  میدان الکتریکی بهنجار شده،  $N$ ، وارونی انبوهی،  $\alpha$  فاکتور پهن شدگی،  $\eta$  شدت پسخوراند،  $C_p$  فاز پسخوراند،  $\beta$  شدت پرتو تزریقی،  $T$  نسبت بین طول عمر کاواک به طول عمر حامل بار الکتریکی (الکترون)،  $P$  میزان جریان دمش یافته،  $\tau$  میزان تاخیر زمانی در کاواک خارجی و  $\omega_d$  نامیزانی فرکانسی می باشد.



شکل (۱) طرحواره دو لیزر جفت شده

همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، این لیزرها بصورت مستقیم کوپل شده و پرتو خروجی از لیزر فرستنده به

است اما در محدوده  $[-۱, ۱]$  سیستم ناپایدارتر است. در شکل (۲) رفتار نوسانی بین حالت پایدار و ناپایدار بیشتر شده اما بعنوان نمونه در همان بازه  $[-۱, ۱]$  سیستم پایدارتر است و به همین ترتیب در شکل (۲-ج) شدت رفتار نوسانی بین حالت های پایدار و ناپایدار بیشتر شده و در بازه  $[-۱, ۱]$  پایداری بیشتر است. بنابراین با توجه به سه نمودار رسم شده مشاهده می شود که بیشترین پایداری مربوط به  $\beta = ۰,۱۱۵$  می باشد. یکی از روش هایی که در مطالعه رفتار دینامیکی یک سیستم می توان استفاده نمود، نمودارهای دوشاخه شدگی است. از نمودار دوشاخه شدگی به منظور تعیین نواحی پایدار و آشوبناک و تایید نمودارهای نمای لیاپانوف استفاده می شود. در واقع نمودارهای دوشاخه شدگی رسم شده در این مقاله از حل عددی مستقیم معادلات (۱ و ۲) و انتخاب پاسخهای خاص آن رسم شده است [۹]. حال  $\beta = ۰,۱۱۵$  را در نظر گرفته و به ازای حالت های مختلف  $C_{ps}$  و  $C_{pm}$  تاثیر نامیزانی فرکانسی دو لیزر جفت شده بر دینامیک لیزر گیرنده را با استفاده از نمودار دو شاخه شدگی بررسی می کنیم.



شکل (۳) نمودارهای دوشاخه شدگی شدت خروجی لیزر گیرنده بر حسب

$$C_{ps} = 0, C_{pm} = pi \text{ (الف) برای } (w_d t) \text{ نامیزانی فرکانسی در زمان}$$

$$C_{ps} = pi, C_{pm} = 0 \text{ (ج), } C_{ps} = 0, C_{pm} = 0 \text{ (ب)}$$

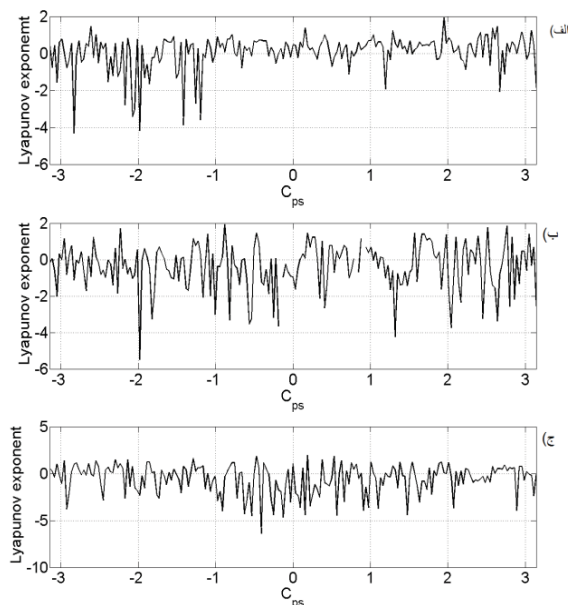
که  $N$  تعداد تکرار برای محاسبه نمای لیاپانوف بیشینه است. برای مقادیر بزرگ  $N$  نمای لیاپانوف بیشینه میانگین کل جاذب است. نرم  $d(t)$  باید برای هر  $\tau$  نرمالیزه شود تا یک مقدار کوچک  $d(t)$  حفظ شود.

نتایج

اکنون باتوجه به مقادیر درج شده در جدول (۱) به حل عددی معادلات (۱) و (۲) می پردازیم. نمای لیاپانوف بیشینه برای حالتی که نور تزریقی ناپایدار ( $C_{pm} = pi$ ) است محاسبه می شود. بدین منظور برای سه ناحیه مختلف که شدت پرتو تزریقی کوچکتر، بزرگتر و برابر با شدت انعکاس آینه خارجی لیزری است در نظر گرفته شده است.

کمیت	$P$	$\alpha$	$T$	$\tau$	$\eta_s$	$\eta_m$
مقدار	۰,۸	۵	۱۷۱۰	۷۰	۰,۰۴۵۵	۰,۰۴۵۵

جدول (۱) مقادیر ثابت استفاده شده در محاسبات عددی.



شکل (۲) تغییرات ماکزیمم نمای لیاپانوف بر حسب  $C_{ps}$  برای لیزر گیرنده برای

$$\text{الف) } (\beta = ۰,۰۱), \text{ ب) } (\beta = ۰,۰۴۵۵), \text{ ج) } (\beta = ۰,۱۱۵).$$

شکل های بالا به ترتیب برای سه مقدار  $\beta = ۰,۰۱$ ,  $\beta = ۰,۰۴۵۵$  و  $\beta = ۰,۱۱۵$  در بازه  $C_{ps} = [-\pi, \pi]$  رسم شده است. دلیل انتخاب این بازه رفتار تکرار شونده لیزرهای نیمه رسانا در هر بازه به اندازه  $2\pi$  می باشد. همانطور که مشاهده می کنیم در شکل (۲-الف) سیستم دارای رفتار نوسانی بین حالت پایدار و ناپایدار

پرتو تزریقی از شدت انعکاس آینه بزرگتر باشد نامیزانی فرکانسی تأثیری بر پایداری لیزر گیرنده ندارد.

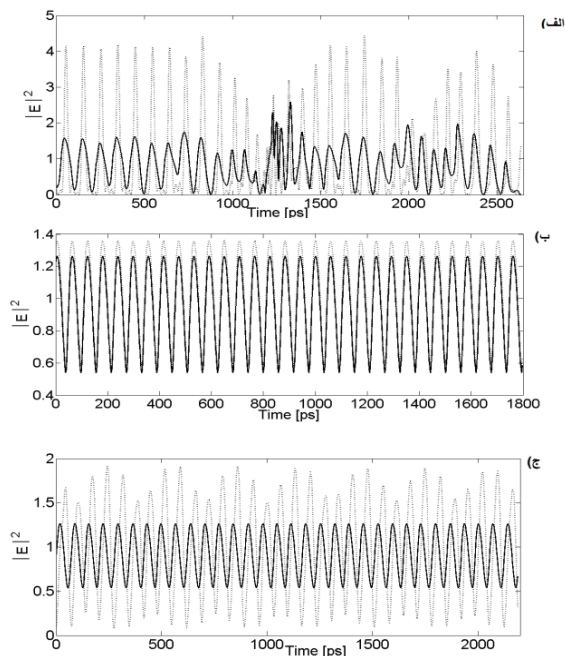
### نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی تأثیر شدت پرتو تزریقی بر دینامیک و پایداری لیزر گیرنده پرداخته شد. شدت پرتو تزریقی در سه ناحیه کوچکتر، بزرگتر و برابر با شدت انعکاس آینه کاواک خارجی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور از تحلیل عددی نمای لیاپانوف پیشینه استفاده کردیم که روشی مناسب برای تحلیل پایداری سیستم های تاخیری است و مناسب ترین مقدار را برای شدت پرتو تزریقی ارائه می دهد. نتایج بدست آمده نشان می دهند زمانیکه شدت پرتو تزریقی بزرگتر از شدت انعکاس آینه خارجی باشد سیستم پایدارتر است (شکل ۲). همچنین تأثیر نامیزانی فرکانسی برای حالتی که شدت پرتو تزریقی بزرگتر از شدت انعکاس آینه خارجی است مورد بررسی قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان می دهند که وقتی شدت پرتو تزریقی بیشتر از شدت انعکاس آینه کاواک خارجی است، نامیزانی فرکانسی تأثیری بر پایداری لیزر گیرنده ندارد. همچنین دیدیم که پایداری و نا پایداری پرتو تزریقی روی پایداری لیزر گیرنده تأثیر می گذارد. در ادامه با استفاده از منحنی های زمانی رسم شده تحول زمانی شدت خروجی لیزر گیرنده مورد بررسی قرار گرفت که نتایج حاصل از آن نتایج بدست آمده از تحلیل نمای لیاپانوف پیشینه و نمودارهای دوشاخه شدگی را تأیید می کند.

### مرجع ها

- [1] M. C. Soriano, J. Garc'ia-Ojalvo, C. R. Mirasso, and I. Fischer, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 421 (2013).
- [2] K. Kanno, A. Uchida, M. Bunsen, *Phys. Rev. E* **93**, 032206 (2016).
- [3] D. Brunner, M. C. Soriano, C. R. Mirasso, and I. Fischer, *Nat. Comm.* **4**, 1364 (2013).
- [4] X.Z. Li, J. P. Zhuang, S.S. Li, *Phys. Rev. E* **94**, 042214 (2016).
- [5] K. Hirano, T. Yamazaki, S. Morikatsu, H. Okumura, H. Aida, A. Uchida, S. Yoshimori, K. Yoshimura, T. Harayama, and P. Davis, *Opt. Express* **18**, 5512 (2010).
- [6] T. Mikami, K. Kanno, K. Aoyama, A. Uchida, T. Ikeguchi, T. Harayama, S. Sunada, K.-I. Arai, K. Yoshimura, and P. Davis, *Phys. Rev. E* **85**, 016211 (2012).
- [7] K. Green, *Phys. Rev. E* **79**, 036210, (2009).
- [8] K. Kanno, A. Uchida, *Phys. Rev. E* **89**, 032918 (2014).
- [9] N. Boccara, *Modeling complex systems*, Springer-Verlag, New York (2004).

شکل (۳-الف) برای حالتی رسم شده که پرتو تزریقی ناپایدار و پرتو لیزر گیرنده پایدار ( $C_{ps} = 0, C_{pm} = pi$ ) است. مشاهده می کنیم که در این حالت با ورود پرتو تزریقی ناپایدار پرتو لیزر گیرنده نیز ناپایدار می شود. شکل (۳-ب) برای پرتو تزریقی و پرتو لیزر گیرنده پایدار ( $C_{ps} = 0, C_{pm} = 0$ ) رسم شده است. در این حالت پرتو لیزر گیرنده پایدار مانده است. شکل (۳-ج) نیز برای پرتو ورودی پایدار و پرتو ناپایدار ( $C_{ps} = pi, C_{pm} = 0$ ) رسم شده است. در این حالت با ورود پرتو پایدار پرتو لیزر گیرنده به سمت پایداری می رود و شبه پرودیگ می شود. در هر سه شکل ملاحظه می کنیم که با تغییر نامیزانی فرکانسی تغییری در پایداری لیزر گیرنده رخ نمی دهد و نامیزانی تأثیری بر پایداری آن ندارد. در ادامه می توانیم با استفاده از نمودارهای تحول زمانی نتایج بدست آمده را مورد تأیید قرار دهیم.



شکل ۴) نمودار تحول زمانی سیستم برای شدت خروجی لیزر گیرنده بر حسب تغییرات زمان (پیکو ثانیه) برای الف)  $C_{ps} = 0, C_{pm} = pi$  ب)  $C_{ps} = 0, C_{pm} = 0$  ج)  $C_{ps} = pi, C_{pm} = 0$  در شکل های بالا ( $w_d = 0$ ) در نظر گرفته شده است. نمودارهای رسم شده با نقطه چین بیانگر پرتو لیزر گیرنده و خطوط تیره بیانگر پرتو تزریقی می باشد. همانطور که ملاحظه می کنیم نمودارهای تحول زمانی نیز نشان می دهند برای حالتی که شدت